

Operations Research

Übungsblatt 12

Übung 12.1 (Simplex und Big- M)

Eine weitere Möglichkeit, jedes LP in endlicher Zeit mit Hilfe der Simplexmethode zu lösen, ist die sogenannte Groß- M -Methode. Dabei wird Phase I direkt mit Phase II kombiniert und hohe Strafkosten (M) für die künstlichen Variablen eingeführt. Das ursprüngliche LP

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{s.t.} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

wird zu

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{i=1}^n c_i x_i + M \sum_{j=1}^m y_j \\ \text{s.t.} & Ax + y = b \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

umgeformt, wobei $M \gg 0$ eine große Konstante ist. Insbesondere ist M größer als jede Zahl, die im Tableau auftaucht.

Betrachte das LP der Form $\min\{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine zulässige Basislösung (des ursprünglichen Problems) mit der Groß- M -Methode und lösen Sie das ursprüngliche Problem. Die Konstante M soll dabei als Parameter mitgeführt werden.

Übung 12.2 (Dualität)

- Dualisieren Sie das LP aus Aufgabe 1.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des komplementären Schlupfes die Lösung des dualen LPs.

Übung 12.3 (Projektplanung)

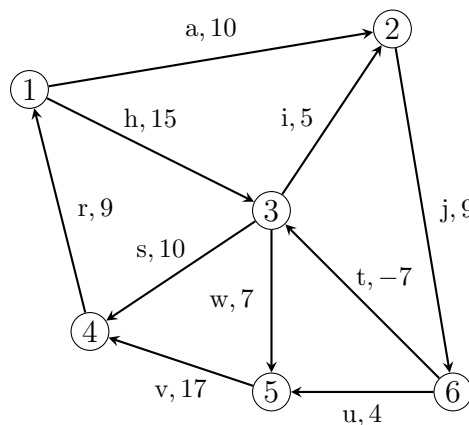
Zwei Ihrer Kommilitonen, Jim&Tim, möchten Regisseure in Bollywood werden und endlich ihre Geschichte *Gale-Shapley - eine tragische Liebesgeschichte* verfilmen.

Um ihren Traum umsetzen zu können, müssen einige Projekte durchgeführt werden. Jedes dieser Projekte hat eine Bearbeitungsdauer in Tagen und diese Zeit kann beliebig unter allen

Mitwirkenden aufgeteilt werden. Insbesondere können die Projekte so in Teilaufgaben aufgeteilt werden, dass beliebig viele *gleichzeitig* an einem Projekt arbeiten können. Um den Bollywoodstreifen pünktlich zum Weihnachtsgeschäft in die Kinos zu bringen, müssen die Projekte innerhalb von 30 Tagen abgeschlossen werden. Diese Zeit kann beliebig unter Jim&Tim sowie drei ihrer Freunde Anton, Bastian und Christian aufgeteilt werden, die alle gleichermaßen für die Bearbeitung der Projekte qualifiziert sind. Zu bearbeiten sind folgende Projekte: Casting von fünf weiblichen Hauptrollen (18), Casting von fünf männlichen Hauptrollen (9), Entwicklung Bollywood-reifer Choreographien (18), Komposition eines Titelsongs (4), Komposition weiterer Lieder (6), Ausarbeitung eines Drehbuchs (50), Schneidern von fünf Hochzeitssaris für die Frauen (30), Einkauf von fünf Hochzeitssaris für die Männer (10), Finden geeigneter Locations für die Heiratsanträge (5).

- (a) Helfen Sie Jim und Tim bei der Vorbereitung ihrer Bollywood Karriere. Formulieren Sie dafür das Problem als Flussproblem und lösen Sie es. Geben Sie Ihre Lösung als To-Do-Liste für die einzelnen Mitwirkenden an.
- (b) Beschreiben Sie das zugrunde liegende abstrakte Problem unter Angabe aller relevanten Parameter. Wie sieht die Reduktion auf das Flussproblem im Allgemeinen aus?

Übung 12.4 (Kürzester Weg)



Finden Sie den kürzesten Weg von Knoten 1 zu allen anderen Knoten mit einem Algorithmus Ihrer Wahl. Geben Sie dabei in nachvollziehbarer Art und Weise die Zwischenschritte an.

Übung 12.5 (Kritischer Pfad)

Widgetco steht kurz vor der Einführung eines neuen Produkts (Produkt 3). Eine Einheit von Produkt 3 wird durch das Zusammenbauen einer Einheit von Produkt 1 und einer Einheit von Produkt 2 produziert. Bevor die Produktion einer der beiden Ausgangsprodukte beginnen kann, müssen die Rohstoffe eingekauft und die Arbeiter eingelernt werden. Bevor Produkt 2 weiterverwendet werden kann, muss seine Qualität überprüft werden.

Eine Liste der Aktivitäten und ihrer Vorgänger finden Sie in unten stehender Tabelle.

Kürzel	Aktivität	Vorgänger	Dauer (in Tagen)
A	Einlernen der Arbeiter	—	6
B	Einkauf der Rohstoffe	—	9
C	Produktion von Produkt 1	A,B	8
D	Produktion von Produkt 2	A,B	7
E	Qualitätüberprüfung von Produkt 2	D	10
F	Zusammenbauen von P1 und P2	C,E	12

- (a) Zeichnen Sie ein Projektdiagramm in Form eines gerichteten und gewichteten Graphen.
- (b) Bestimmen Sie die Projektdauer unter Annahme, dass unabhängige Teilprojekte parallel stattfinden können. Unabhängig bedeutet dabei, dass keine Vorgänger-Nachfolger-Beziehung besteht. Mit welchem Ihnen bekannten Problem auf Graphen können Sie die Berechnung der Projektdauer modellieren?
- (c) Bestimmen Sie für jedes Teilprojekt seinen frühest möglichen Startpunkt sowie den Zeitpunkt, zu dem das Teilprojekt gestartet werden muss, ohne die Fertigstellung von Produkt 3 zu verzögern.