

Operations Research

Übungsblatt 9 (Abgabe am 18.06.2019)

Übung 9.1 (Maximaler Fluss)

(8 Punkte)

Telefonanrufe von New York nach Los Angeles werden wie folgt geroutet: Zuerst geht der Anruf entweder nach Chicago oder nach Memphis, dann wird er entweder durch Denver oder Dallas weitergeleitet, bevor er letztendlich in Los Angeles ankommt. Die Anzahl an Telefonleitungen kann unten stehender Tabelle entnommen werden. Die Aufgabe ist es, die maximale Anzahl an Telefongesprächen zwischen New York und Los Angeles zu bestimmen unter der Annahme, dass keine weitere Telefonate Leitungen belegen.

Städte	Anzahl an Telefonleitungen
New York – Chicago	500
New York – Memphis	400
Chicago – Denver	300
Chicago – Dallas	250
Memphis – Denver	200
Memphis – Dallas	150
Denver – Los Angeles	400
Dallas – Los Angeles	350

- Formulieren Sie ein LP, das die maximale Anzahl an Telefongesprächen zwischen NYC und LA bestimmt. (2 Punkte)
- Zeichnen Sie das Netzwerk der Telefonleitungen. (1 Punkt)
- Berechnen Sie einen maximalen Fluss mit Hilfe von Ford-Fulkerson oder Edmonds-Karp Algorithmus in obigem Netzwerk. (3 Punkte)
- Bestimmen Sie den minimalen Schnitt in obigem Netzwerk. Geben Sie den Wert des Schnittes sowie die Kantenmenge an. (2 Punkte)

Übung 9.2 (Multicommodity-Flow)

(5 Punkte)

Ein Unternehmen produziert zwei verschiedene Güter an zwei Standorten (S_1 und S_2). Die fünf Einheiten von Gut 1, die von S_1 produziert werden, müssen zu T_1 transportiert werden und die drei Einheiten von Gut 2, die von S_2 produziert werden, müssen zu T_2 transportiert werden. Die Güter können entweder direkt oder über zwei Umschlagplätze (H_1 und H_2) transportiert werden. Die Transportkosten für eine Einheit zwischen H_1 und H_2 betragen weniger als die direkten Transportkosten zwischen S_i und T_i für $i = 1, 2$. Zwischen H_1 und H_2 können jedoch höchstens fünf Einheiten transportiert werden. Die folgende Tabelle gibt die Transportkosten zwischen zwei Orten an. Kein Eintrag bedeutet, dass kein Transport möglich ist.

	S_1	S_2	H_1	H_2	T_1	T_2
S_1			2		10	
S_2			2			12
H_1				2		
H_2					2	2

- (a) Zeichnen Sie das Transportnetzwerk. (1 Punkt)
- (b) Formulieren Sie das Problem als LP. Dieses Problem wird allgemein als Multicommodity-Flow bezeichnet. (3 Punkte)
- (c) Lösen Sie das Problem mit Hilfe von CPLEX und zeichnen Sie Ihre Lösung in den Graphen aus Aufgabe (a) ein. (1 Punkt)

Übung 9.3 (Algorithmus von Ford-Fulkerson) (4 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel an, bei dem der Algorithmus von Ford-Fulkerson ein schlechtes, d.h. pseudopolynomiell, Laufzeitverhalten hat.

Übung 9.4 (Maximale Zuverlässigkeit) (3 Punkte)

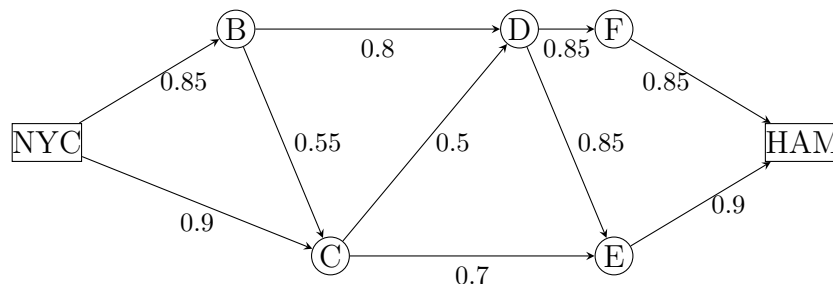
Hans Pech ist Inhaber eines Transportunternehmens, das wertvolle Waren mit Schiffen zwischen New York und Hamburg verschifft. Leider haben Piraten damit begonnen, seine Frachter anzugreifen und die Güter zu stehlen. Er hat mit Hilfe seiner Freundin Susi Schlauf, die ein Statistikunternehmen leitet, folgendes Transportnetzwerk entwickelt. Die Knoten bezeichnen dabei Koordinaten und jede Kante hat eine Wahrscheinlichkeit, dass ein Schiff *nicht* von Piraten angegriffen wird.

Die Wahrscheinlichkeit auf einer Route nicht angegriffen zu werden ist das Produkt aller Kantenwahrscheinlichkeiten der Route. Helfen Sie dem Unternehmen die sicherste Route zwischen New York und Hamburg zu finden.

- (a) Formulieren Sie dafür das Problem als Kürzeste-Wege-Problem. (2 Punkte)

Hinweis: $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$

- (b) Lösen Sie das Problem mit Ihrem Lieblingsalgorithmus für kürzeste Wege. (1 Punkt)



Beachten Sie, dass abgegebener CPLEX-Code für Modellieraufgaben nicht mehr bewertet wird.

* Diese Aufgaben können gelöst werden, um Punkte für den Notenbonus zu sammeln. Sie werden *nicht* für die Berechnung der erreichbaren maximalen Punktzahl verwendet.