Universität Bremen
Fachbereich 3
Megow/Eberle

Einführung in die Lineare Optimierung
SoSe 2017

Übungsblatt 10 Abgabe: 27.06.2017

Aufgabe 1 Totale Unimodularität (6 Pkte.)

Zeige oder widerlege, dass folgende Matrizen total unimodular sind:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

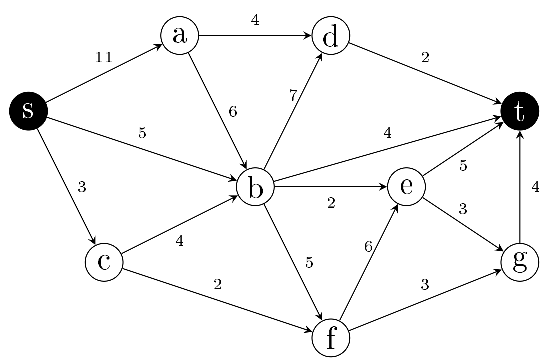
Aufgabe 2 Matching und Knotenüberdeckung (3 Pkte.)

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt bipartit, sofern es eine Partition der Knoten $V = V_1 \dot\cup V_2$ gibt, sodass nur Kanten zwischen V_1 und V_2 existieren, jedoch keine innerhalb einer der beiden Teilmengen. In diesem Fall ist die Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix total unimodular.

Betrachte noch einmal das Matching-LP und sein duales, das Knotenüberdeckungs-LP aus Aufgabe 1, Übungsblatt 8. Zeige mit Hilfe der total unimodularen Inzidenzmatrix, dass in einem bipartiten Graphen die Größe des maximalen Matchings mit der der minimalen Knotenüberdeckung übereinstimmt.

Aufgabe 3 Ford-Fulkerson (7 Pkte.)

Finde einen maximalen Fluss mit Hilfe des Ford-Fulkerson-Algorithmus in folgendem Netzwerk. Um dir die Abgabe zu erleichtern, kannst du die online zu findenden Kopien des Netzwerkes verwenden.



Aufgabe 4 Maximales Bipartites Matching und maximaler Fluss (4 Pkte.)

Modelliere die Suche nach einem maximalen Matching in einem bipartiten Graphen als Max-Fluss-Problem.