Universität Bremen
Fachbereich 3
Megow/Eberle



# Übungsblatt 4 — Abgabe: 09.05.2017

## Aufgabe 1 Simplex aus der Vorlesung (3 Pkte.)

Führe den letzten Schritt aus dem Vorlesungsbeispiel durch. Zur Erinnerung, das Problem war gegeben als

$$\begin{aligned} \min \quad & \begin{pmatrix} -2 & -3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x =: z(x) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix} \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

Die letzte Basis war $B'' = \{1, 2, 5\}$, die Nichtbasis $N'' = \{3, 4\}$ und die Basislösung

$$x'' = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}} \text{ mit Zielfunktionswert } c^{\mathsf{T}} x'' = -14.$$

## Aufgabe 2 Standortoptimierung (5 Pkte.)

Ein Unternehmen möchte in Deutschland Fuß fassen und plant daher, ein neues Verteilungsnetzwerk aufzubauen. Verträge mit den Hauptkunden $G_1, \ldots, G_n$ existieren bereits und Verhandlungen mit verschiedenen Städten $S_1, \ldots, S_m$ haben $m$ verschiedene Hauptlagerstandorte ergeben. Das Ziel ist nun, die optimale Auswahl an Lagerstandorten zu treffen. Das Errichten eines Lagers in Stadt $S_i$ verursacht Fixkosten $f_j$. Der Transport einer Einheit von Stadt $S_i$ zu Kunde $G_j$ kostet $c_{ij}$. Außerdem ist bekannt, dass die maximale Kapazität eines Lagers in Stadt $S_i$ $k_i$ Einheiten beträgt, und, dass Kunde $G_j$ mit mindestens $d_j$ Einheiten beliefert werden soll.

(a) Stelle ein (Integer) Linear Program auf, um die Kosten zu minimieren. (3 Pkte.)

(b) Nimm an, dass Kunde $G_1$ nur noch aus einem Lager beliefert werden möchte. Passe die Nebenbedingungen deines linearen Programms aus Teilaufgabe (a) entsprechend an. (2 Pkte.)

## Aufgabe 3 Inversenberechnung (4 Pkte.)

Bestimme die Inversen mittels eines dir bekannten Verfahrens *von Hand* oder begründe, wieso keine existiert.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } D = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}.$$

## Aufgabe 4 Simplex-Verfahren (8 Pkte.)

Betrachte folgendes LP:

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcrcl}
\min & x_1 & & & & & + & 2x_4 & + & 2x_5 & + & x_6 & & \\
\text{s.t.} & -x_1 & & & + & x_3 & - & x_4 & + & x_5 & + & 2x_6 & = & 1 \\
 & & - & x_2 & - & 3x_3 & + & x_4 & + & x_5 & - & x_6 & = & 0 \\
 & & & & & & & x & & & & & \geq & 0
\end{array}
$$

(a) Gib das Problem in Matrixschreibweise an und bestimme alle zulässigen Basislösungen. (1 Pkt.)

(b) Beginne in $(0,1,0,0,1,0)^\mathsf{T}$, berechne die reduzierten Kosten und gib an, welche Variablen für eine Basistausch geeignet wären. (1 Pkt.)

(c) Führe einen Simplexschritt durch, um 3 in die Basis zu tauschen. Welche Variable verlässt die Basis? (2 Pkt.)

(d) Gib die eben erhaltene Basislösung als Vektor an und begründe, ob diese optimal ist. (1 Pkt.)

(e) Falls nein, wähle ausgehend von der vorherigen Lösung eine mögliche in die Basis eintretende Variable aus und führe einen weiteren Simplexschritt durch. (2 Pkte.)

(f) Gib die optimale Basislösung und ihren Zielfunktionswert an. (1 Pkt.)